

# Alla scoperta dei numeri e delle operazioni con Zero+1

Proposte di percorsi didattici per la scuola primaria

Rita Canalini Corpacci

Franca Ferri

Michela Maschietto

2010

CanaliniFerriMaschietto

## Presentazione

Questo lavoro propone due percorsi didattici per la scuola primaria sulla scrittura dei numeri naturali e sugli algoritmi delle operazioni aritmetiche di addizione e sottrazione con la macchina aritmetica Zero+1. Essi sono il frutto di un lungo lavoro di sperimentazione, analisi e riflessioni didattiche condotto dalle tre autrici. Tale lavoro si basa sulla ricerca in didattica della matematica riguardante l'uso di artefatti condotta dal nucleo di ricerca didattica del Dipartimento di matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia.

Alla base del lavoro condotto vi è l'intenzione di implementare l'idea di laboratorio di matematica secondo la definizione elaborata dalla Commissione UMI-CIIM in *Matematica 2003 – Matematica per il cittadino*:

*Il laboratorio di matematica (...) si presenta come una serie di indicazioni metodologiche trasversali, basate certamente sull'uso di strumenti, tecnologici e non, ma principalmente finalizzate alla costruzione di significati matematici.*

*Il laboratorio di matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni). (...)*

*La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività.*

L'assunto di partenza è che la sola manipolazione di un oggetto, che incorpora un certo sapere matematico, non è sufficiente a permettere e a garantire l'appropriazione di tali sapere da parte degli allievi. Occorre una didattica che si faccia carico di tale processo. Inoltre, essa deve, contemporaneamente, tenere in considerazione che proporre un lavoro con un oggetto meccanico, come la macchina Zero+1, richiede tempi di scoperta dell'oggetto e di costruzione di modi d'uso di tale oggetto. In generale, la possibilità di osservare un oggetto è importante per fare previsioni sul suo funzionamento e per poi verificarle direttamente.

Gli elementi fondamentali dei due percorsi sono:

- una didattica che prevede tempi relativamente lunghi, per favorire gli apprendimenti di tutti gli allievi;
- un lavoro con oggetti fisici che viene alternato a rappresentazioni grafiche ed elaborazioni orali e scritte;
- un'alternanza tra lavoro individuale, collettivo e di piccolo gruppo.

Ogni percorso risulta composto da situazioni, che presentano ciascuna un certo numero di attività. Per alcune di esse sono previste schede.

I percorsi si caratterizzano per il tema trattato e non per la classe di riferimento. Infatti, non è stata data indicazione della classe, lasciando all'insegnante la scelta del momento più opportuno per proporre il percorso.

## Introduzione

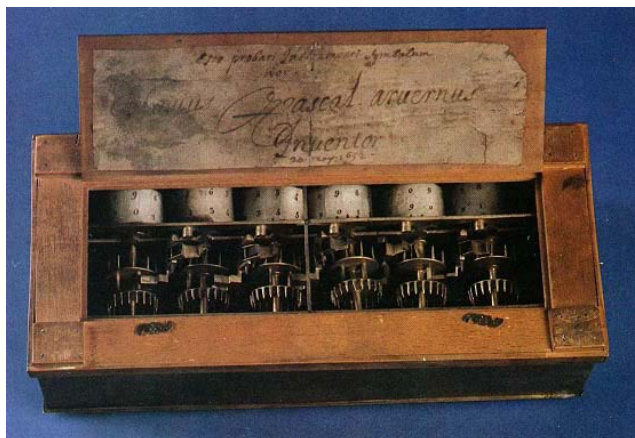
La tradizione dell'uso di oggetti fisici in matematica risale all'antichità. La storia della matematica la testimonia in modo chiaro: basti pensare alla riga e al compasso in Euclide. Gli strumenti sono presenti non solo in geometria, ma anche in aritmetica<sup>1</sup>. Basti pensare all'abaco.

L'abaco è uno strumento conosciuto e utilizzato da molti popoli antichi. Esso rappresenta un'evoluzione delle tecniche di conteggio fondate su una semplice corrispondenza uno a uno poiché consente di velocizzare il conteggio ed i calcoli contemplando sempre l'idea di raggruppamento – fondamentale per l'eventuale successivo emergere di un sistema di notazione numerica di tipo posizionale. Le testimonianze storiche illustrano diverse tipologie di abaco, ad esempio greci, latini, arabi, persiani e forse anche indiani utilizzavano l'abaco a polvere in cui si inseriscono gettoni o piccoli sassi in scanalature scavate nella sabbia.

Le prime macchine calcolatrici meccaniche si possono far risalire al 1500, con Leonardo da Vinci. Tuttavia fu il matematico, astronomo, geometra tedesco Wilhelm Schickard (1592-1635) a costruire nel 1623 la prima macchina, molto avanzata per i tempi, che consentiva di eseguire le quattro operazioni e l'estrazione di radice (perlomeno secondo quanto dichiara lo stesso Schickard in una lettera scritta a Keplero). Le operazioni erano realizzate grazie al movimento di ruote dentate collegate a un visualizzatore numerico.

Blaise Pascal (1623-1662), nel corso di diversi anni, realizza un progetto analogo. La lettera, scritta al Cancelliere Séguier (Pascal, 1645)<sup>2</sup>, testimonia il l'invio di un prototipo di macchina calcolatrice (vedi Foto<sup>3</sup> qui di seguito) di tipo meccanico. In tale lettera, il matematico presenta le motivazioni del suo lavoro:

*“Le lungaggini e le difficoltà degli strumenti di cui ci serviamo normalmente per i calcoli, mi hanno indotto a pensare a un aiuto più veloce e più semplice, anche per le mie esigenze personali, al fine di alleggerirmi nei grandi calcoli in cui sono occupato da qualche anno, a causa dei molti obblighi del lavoro con cui avete voluto onorare mio padre, (...”)*



Gli strumenti a cui Pascal si riferisce sono gli abaci: in effetti, il grande vantaggio che il suo strumento (che verrà chiamato “Pascalina”) offre è quello di automatizzare i cambi grazie ad un sistema meccanico ad ingranaggi del tutto analogo a quello utilizzato per la realizzazione degli orologi. Pascal ha il merito di aver intuito la possibilità di modificare i rapporti numerici fra il numero dei denti di ruote fra loro ingranate anche per realizzare macchine calcolatrici. Il grande

<sup>1</sup> Breve Storia degli Strumenti di Calcolo: <http://www.tecnoteca.it/museo> (ultimo accesso: dicembre 2010)

<sup>2</sup> <http://www2.polito.it/didattica/polymath/ICT/Htmls/Informazioni/Antologia/Pascal.htm> (ultimo accesso: dicembre 2010)

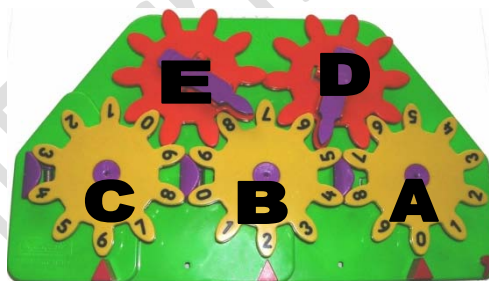
<sup>3</sup> Una versione di questa macchina è conservata al Musée des Arts et Métier di Parigi <http://www.arts-et-metiers.net/> (ultimo accesso: dicembre 2010)

vantaggio di questa macchina è l'automatizzazione del cambio, che Pascal descrive con queste parole:

*“E se tu vuoi sapere, oltre alla semplicità del movimento, quale sia la semplicità dell'operazione stessa, cioè la facilità con la quale questa macchina esegue l'operazione, potrai verificarlo nella pratica, se avrai la pazienza di fare un confronto con i metodi di operare attraverso i gettoni o la penna. Tu sai come, operando con i gettoni, chi calcola (soprattutto se non ha una certa pratica), per paura di cadere in errori è sovente costretto a utilizzare lunghe sequenze di gettoni e sai come la necessità lo obblighi poi ad accorciare e togliere i gettoni che non servono più. In questo puoi vedere due lavori inutili, con una doppia perdita di tempo. Questa macchina invece semplifica ed elimina nelle sue operazioni tutto quanto è superfluo, il più incompetente troverà tanti vantaggi quanto il più esperto. Lo strumento supplisce alle carenze dell'inesperienza o della insufficiente abilità poiché, per mezzo degli opportuni movimenti, esegue senza che ci sia bisogno di alcun intervento dell'operatore, tutte le riduzioni possibili in natura, ogni volta che i numeri vengono inseriti. (...) Senza trattenere o prendere a prestito nulla, la macchina fa da sola quanto l'operatore desidera, senza che lui se ne debba in alcun modo preoccupare.”*

### La “pascalina” a scuola nella versione “Zero+1”

“Zero+1” è un artefatto prodotto dalla ditta italiana Quercetti<sup>4</sup> ed evoca le calcolatrici meccaniche costruite nella prima metà del Seicento da Schickard e da Pascal. È costruito in plastica robusta e le sue dimensioni sono 27 cm x 16 cm.



Su una base sono disposte cinque ruote: due nella parte superiore (E e D) e tre nella parte inferiore (A, B, C), disposte su tre diversi livelli. Le due ruote superiori sono strutturali, nel senso che permettono il movimento degli ingranaggi, mentre le tre ruote inferiori sono funzionali, legate alla rappresentazione dei numeri. Sottili stanghette sono inserite sulle ruote D ed E: la stanghetta inserita in D interagisce con la ruota B e quella posizionata sulla ruota E con la ruota C. Il ruolo che svolgono queste stanghette è essenziale: consentono di automatizzare il cambio (“riporti” e “prestiti”<sup>5</sup>) che è il grande vantaggio di questa macchina aritmetica, in accordo con quanto riportato da Pascal.

<sup>4</sup> <http://www.quercetti.it> (ultimo accesso: dicembre 2010)

<sup>5</sup> Tradizionalmente, nei libri di testo italiani si usano i termini “riporto”, per indicare la composizione di unità in decine, di decine in centinaia, ecc. (ad esempio, nelle operazioni di addizione e moltiplicazione in colonna) e “prestito”, per indicare la decomposizione di decine in unità, di centinaia in decine, ecc. (ad esempio, nell'operazione di sottrazione in colonna). Questa tradizione ha le sue origini (si veda, <http://www.syllogismos.it/history/Sottrazione.pdf>, ultimo accesso: dicembre 2010) nei libri di aritmetica pratica. La metafora usata per la sottrazione si scontra tuttavia con il significato di senso comune del termine “prestito”. Come si osserva nei libri di testo di altre culture (ad esempio, i libri della scuola cinese) il prestito prevede almeno che ci sia una restituzione, cosa che ovviamente non si verifica nel caso della sottrazione. Sembra quindi più utile adottare termini diversi, quali composizione (al posto di riporto) e decomposizione

Le ruote A, B e C rappresentano, rispettivamente unità, decine e centinaia (qualora la virgola, di cui la macchina è fornita, resti posizionata nel foro predisposto a destra). Spostando la virgola da destra verso sinistra è infatti possibile veder rappresentati: decine, unità e decimi oppure unità, decimi e centesimi. Nella parte inferiore dello strumento tre piccoli triangoli rossi indicano le cifre che devono essere considerate tra quelle riportate sui dieci denti di ciascuna delle tre ruote C, D e E per la scrittura e lettura dei numeri.

La macchina Zero+1 è un artefatto di grande “visibilità”, nel senso che non ci sono parti meccaniche nascoste: tutte le componenti dell’artefatto sono ben osservabili. Inoltre mettendo in funzione lo strumento è possibile avvalersi di “feedback” (di carattere visivo, cinestetico e acustico):

- con la vista, si può osservare la rotazione delle ruote ingranate e l’interazione di una delle levette quando avviene nelle ruote A e B il passaggio da 0 a 1;
- con il tatto, si può percepire una rotazione che non è continua: c’è una lieve resistenza ogni volta che una ruota avanza di un dente e occorre una spinta leggermente più forte quando avviene il cambio;
- con l’udito, si percepisce un suono, un “click” più intenso, quando le levette entrano in azione soprattutto quando si muovono tre ruote contemporaneamente (ciò avviene, ad esempio, per passare da 99 a 100 oppure da 199 a 200).

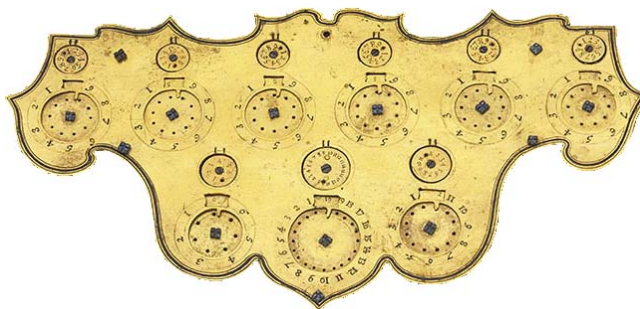
La macchina Zero+1 incorpora in modo evidente la rappresentazione posizionale del numero in base dieci (considerata nel Percorso 1): mostra sulle sue ruote le cifre coerenti con tale sistema, permette di rappresentare numerali in base dieci e di calcolare automatizzando il cambio. Meno evidenti sono invece altri saperi matematici relativi alle operazioni che permette di svolgere e agli algoritmi ad esse relativi (il Percorso 2 si occupa in particolare di addizione e sottrazione).



Blaise Pascal



Pascalina (cfr. nota 3)



Macchina di Burattini

[http://catalogo.museogalileo.it/oggetto/MacchinaCalcolatrice\\_n01.html](http://catalogo.museogalileo.it/oggetto/MacchinaCalcolatrice_n01.html)

(al posto di prestito). Sono termini matematici c confronto di numeri). Non sussiste quindi ragione per introdurre altri termini nuovi più lontani dal significato matematico.

## **Percorso 1**

### **Zero+1 e la scrittura dei numeri naturali**

CanaliniFerriMaschietto

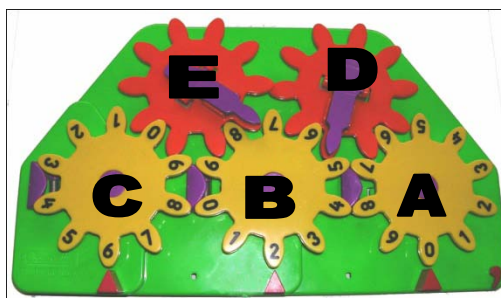


## Contenuto matematico

Approccio al numero di tipo ricorsivo e rappresentazione del numero in base decimale: costruzione e/o consolidamento dei significati di “raggruppamento” e di valore posizionale delle cifre.

## Procedure per la scrittura dei numeri

I numeri possono essere scritti seguendo due procedure diverse. La scelta di una procedura rispetto all'altra è determinato dalla taglia dei numeri che sono considerati.



1. Rappresentazione dei numeri per iterazione.  
Girare in senso orario la ruota A tante volte quanto è la quantità indicata dal numero dato. Secondo questo schema d'utilizzo, ogni numero (fino al limite della Zero+1, cioè fino a 999) è ottenuto in modo ricorsivo, cioè aggiungendo 1 ad ogni numero già scritto. Il ricorso a questo schema d'utilizzo risulta essere poco economico (in termini di tempo di esecuzione) per numeri grandi.
2. Rappresentazione dei numeri per decomposizione.  
Secondo questo schema, il numero da rappresentare viene prima letto in termini di unità, decine e centinaia. Successivamente si rappresentano le unità nella ruota delle unità (ruota A), le decine in quella delle decine (ruota B) e le centinaia in quella delle centinaia (ruota C) secondo lo schema d'utilizzo 1.

## Struttura del percorso

1. Situazione A – La scoperta della macchina Zero+1
2. Situazione B – La struttura di Zero+1
3. Situazione C – La rappresentazione dei numeri
4. Situazione D – Verifica

Tempo necessario: 14 ore circa



### Situazione A: la scoperta della macchina “Zero+1” (pascalina<sup>6</sup>)

**Tempo:** 6 ore circa

**Obiettivi:**

- individuazione e denominazione delle parti costitutive della macchina;
- osservazione dei due possibili versi rotatori delle ruote (orario e antiorario);
- rappresentazione grafica/simbolica dei versi rotatori.

**Materiale occorrente:** almeno<sup>7</sup> uno strumento per ogni tre allievi, materiale di cancelleria (comprese fotocopie ed, eventualmente, fermacampioni).

Attività	Commenti all'attività
<b>1) LAVORO A COPPIA O A PICCOLO GRUPPO</b> L'insegnante propone agli allievi in coppia o a piccolo gruppo di osservare “Zero+1”, di studiarne le caratteristiche e di capire se e come le varie parti possano essere messe in funzione per rappresentare numeri.	<i>E' molto probabile che la macchina “Zero+1” risulti di per sé accattivante e ampiamente sufficiente a sollecitare la curiosità dei bambini.</i>
<b>2) LAVORO INDIVIDUALE</b> L'insegnante chiede ad ogni bambino della classe di disegnare la macchina “Zero+1” cercando di far comprendere come funziona quando si vuole scrivere un numero.	<i>Disegnare lo strumento per spiegare come funziona implica che gli allievi riflettano sui suoi elementi strutturali e che individuino segni adeguati, generalmente frecce, per rappresentare i versi opposti di rotazione delle ruote. L'insegnante può osservare quanto i bambini man mano producono e intervenire con domande specifiche chiedendo loro di rispondere scrivendo.</i>
<b>3) LAVORO INDIVIDUALE O A PICCOLO GRUPPO</b> L'insegnante assegna l'attività prevista nella <a href="#">SCHEDA 1</a> .	<i>Le ruote fissate con fermacampioni possono essere utilizzate facendo eseguire ai bambini esercizi che simulino il funzionamento della macchina. L'insegnante raccoglie e analizza le produzioni degli allievi al fine di meglio condurre l'attività successiva.</i>

<sup>6</sup> Il termine “pascalina” è stato utilizzato in alcune sperimentazioni didattiche e ricorda la famosa macchina aritmetica, nota appunto come pascalina, costruita da B. Pascal nel 1640 (<http://www2.polito.it/didattica/polymath/>).

<sup>7</sup> Il lavoro di gruppo si può svolgere a coppie o a piccolo gruppo di tre elementi, secondo la disponibilità di Zero+1 nella classe.

## Situazione B – La struttura di Zero+1

**Tempo:** 3 ore circa.

**Obiettivi:**

- denominazione corretta delle parti costitutive della macchina (ruote dentate, ingranaggi...);
- descrizione delle ruote con le cifre in relazione alla successione delle cifre per la scrittura dei numeri.

**Materiale occorrente:** i disegni precedentemente realizzati dagli allievi, alcune macchine, materiale di cancelleria (comprese fotocopie).

Attività	Commenti all'attività
<p><b>1) LAVORO COLLETTIVO - RESOCONTO DELL'ATTIVITÀ 1</b>  L'insegnante attacca alla lavagna alcuni disegni dei bambini che mostrano le diverse tipologie di rappresentazione della macchina che la classe ha prodotto. Ogni bambino cerca di collegare il proprio disegno ad una delle tipologie esposte, spiegando le ragioni della sua scelta.</p>	<p><i>Questa attività sollecita gli allievi a meglio analizzare la macchina, permettendo di individuare e distinguere gli elementi strutturali (per esempio, ruote dentate e ingranaggi) da altri secondari, come il colore.</i>  <i>È un'attività importante, durante la quale l'insegnante può suggerire termini corretti ed invitare ad osservare in modo puntuale (per esempio, il numero dei denti delle ruote).</i></p>
<p><b>2) LAVORO INDIVIDUALE O A COPPIE</b>  L'insegnante dichiara che anche allievi di altre classi hanno svolto una attività simile e chiede di osservare attentamente le produzioni di questi allievi consegnando la <a href="#">SCHEDA 2</a>.  L'insegnante chiede di annotare o memorizzare alcune osservazioni per proporle in seguito ai compagni. Successivamente l'insegnante apre una breve conversazione per condividere le osservazioni condotte dai bambini sulla <a href="#">SCHEDA 2</a>.</p>	<p><i>Volutamente le schede contengono errori: identificandoli e commentandoli è possibile far esplicitare alcuni contenuti matematici:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>la prima mostra ruote dentate prive della cifra 0: si vuole sollecitare la comprensione dello 0 come simbolo che segnala le posizioni nulle;</i></li> <li>- <i>la seconda contiene cifre non ordinate: si vuole promuovere una riflessione relativa alla successione dei numeri naturali;</i></li> <li>- <i>la terza mostra ruote non ingranate: si vuole orientare l'attenzione degli allievi sul funzionamento degli ingranaggi</i></li> <li>- <i>la quarta mostra ruote con numeri non corretti di denti: si vuole far riflettere sulla presenza in ogni ruota delle dieci cifre utilizzate nel nostro sistema di notazione posizionale del numero.</i></li> </ul>

### Situazione C – La rappresentazione dei numeri

**Tempo:** 4 ore circa.

**Obiettivo:** descrizione del funzionamento (schemi d'utilizzo) della macchina per la rappresentazione dei numeri.

**Materiale occorrente:** alcune macchine, materiale di cancelleria (comprese fotocopie).

Attività	Commenti all'attività
<b>1) LAVORO INDIVIDUALE</b> L'insegnante propone la scrittura dei alcuni numeri. Assegna agli allievi il seguente compito: "Scrivi il numero 13 sulla macchina Zero+1. Spiega bene come si deve procedere per scriverlo"	<i>L'insegnante vuol far emergere gli schemi d'utilizzo della macchina: la rappresentazione per ricorsione e la rappresentazione per decomposizione. L'insegnante, osservando l'attività degli allievi, può accorgersi che solo uno dei due schemi viene preso in considerazione; in questo caso l'insegnante può dichiarare che esiste anche un altro modo, eventualmente suggerendolo.</i>
<b>2) DISCUSSIONE COLLETTIVA</b> L'insegnante guida una discussione collettiva affinché vengano identificati i due schemi d'utilizzo che permettono di rappresentare numeri.	<i>L'insegnante avrà cura di far esplicitare in modo chiaro le due procedure:</i> - <i>partendo dallo zero, ruotare la ruota in basso a destra in senso orario contando tredici scatti tra un dente e l'altro (schema per ricorsione);</i> - <i>partendo dallo zero, ruotare la ruota in basso a destra ("ruota delle unità") in senso orario contando tre scatti tra un dente e l'altro e la ruota centrale ("ruota delle decine") in senso orario contando uno scatto (schema per decomposizione).</i> <i>N.B. E' positivo che i termini "ruota delle unità", "ruota delle decine" e "ruota delle centinaia" vengano utilizzati poiché si crea un collegamento tra l'utilizzo della macchina e i contenuti matematici.</i>
<b>LAVORO COLLETTIVO</b> Conclusa la discussione gli allievi fissano scrivendo quanto compreso utilizzando la <a href="#">SCHEDA 3</a> .	

### Situazione D - Verifica

**Tempo:** 1 ora

**Materiale occorrente:** materiale di cancelleria (comprese fotocopie).

<b>LAVORO INDIVIDUALE SU SCHEDA</b> L'insegnante chiede di completare la <a href="#">SCHEDA 4</a>	
--	--

SCHEDA 1

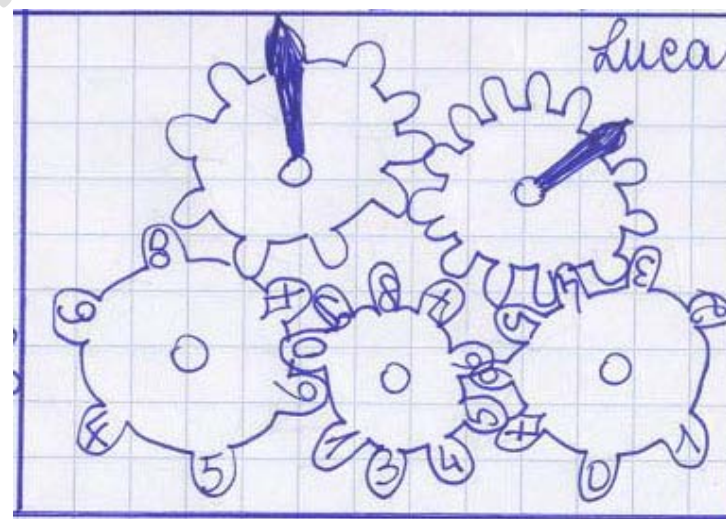
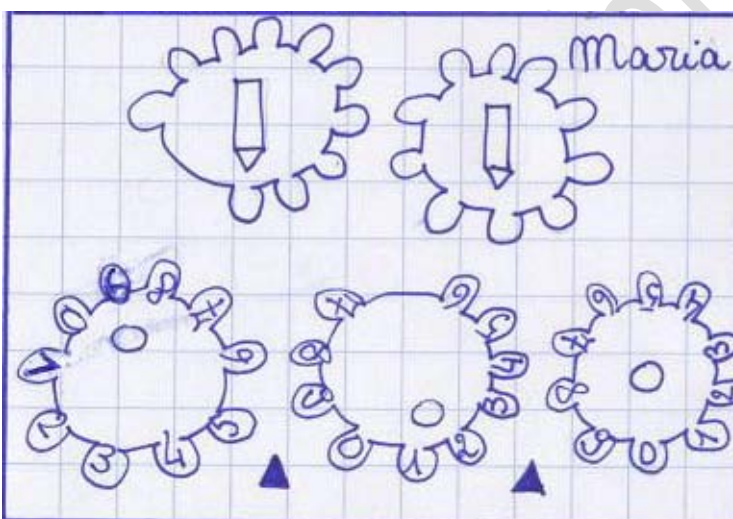
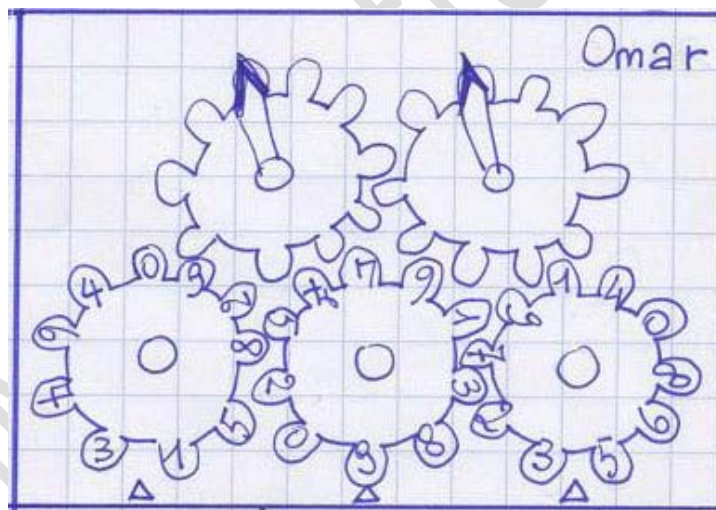
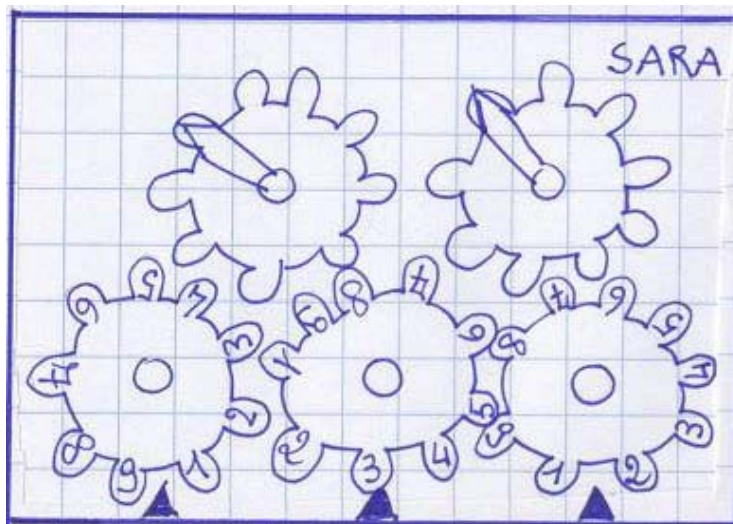
1) Ritaglia le seguenti ruote dentate, disponile sul tuo quaderno come quelle della macchina "Zero+1" e fissale con fermacampioni in modo che possano ruotare.

Scrivi le cifre sui denti delle ruote in basso e disegna frecce per indicare i versi di rotazione.

2) Rispondi alle seguenti domande; puoi farlo osservando e mettendo nuovamente in movimento la macchina "Zero + 1"

- 1) La macchina mostra un meccanismo ad ingranaggi formato da quante ruote?
- 2) Cosa si può osservare sui denti delle tre ruote in basso?
- 3) In che modo si muovono le ruote dentate?
- 4) Muovendo la ruota in basso a destra cosa avviene? C'è un'altra ruota che contemporaneamente ruota?
- 5) Secondo te a cosa serve questa ruota?

SCHEDA 2

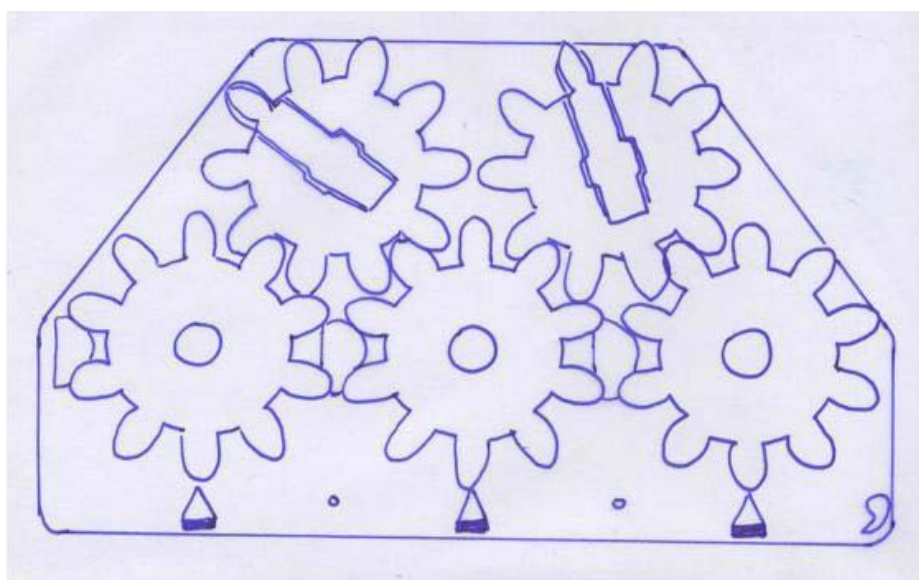




SCHEDA 3

COMPLETIAMO INSIEME IL DISEGNO e IL TESTO

La macchina rappresenta il numero dei bambini della nostra classe.



Questa macchina si chiama \_\_\_\_\_ e permette di scrivere numeri da \_\_\_\_\_ fino a \_\_\_\_\_. E' formata da una base e da cinque \_\_\_\_\_ dentate.

Tre ruote sono posizionate in \_\_\_\_\_, ogni ruota ha dieci \_\_\_\_\_ dove si possono leggere le dieci \_\_\_\_\_ che utilizziamo per scrivere i numeri.

Per scrivere ad esempio il numero 12 si può, partendo da zero, ruotare la ruota gialla in basso a destra, quella delle \_\_\_\_\_, contando 12 scatti.

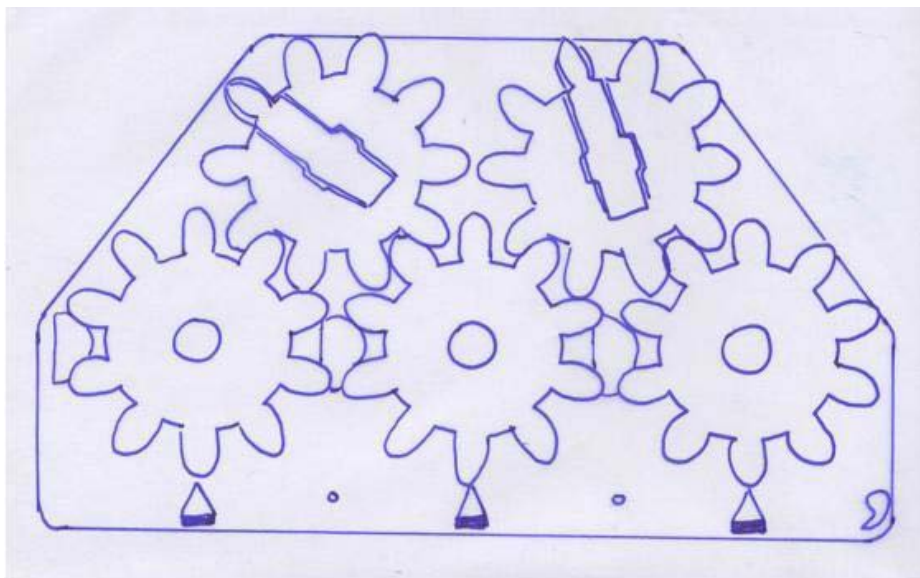
E' anche possibile scrivere questo numero in un altro modo, cioè si posizionano la ruota delle \_\_\_\_\_ e quella delle \_\_\_\_\_ in modo che in basso a destra venga indicata la cifra \_\_\_\_\_ e alla sua sinistra la cifra \_\_\_\_\_.

PAROLE DA INSERIRE PER COMPLETARE IL TESTO

0	"Zero + 1"	ruote	999	basso	cifre
denti	unità	decine	unità	2	1

SCHEDA 4

Inserisci nel seguente disegno della macchina "Zero+1" le cifre che mancano scrivendo il numero 16.



Completa le seguenti affermazioni nel modo che ti sembra più corretto

1) Per scrivere 13 sulla macchina "Zero +1" si deve azionare la ruota gialla in basso a destra contando \_\_\_\_\_

- le ruote

- solo la decina

-tredici scatti

2) Per scrivere il numero 28 sulla macchina "Zero +1" si devono azionare la ruota delle decine e quella delle unità che si trova

- in alto a sinistra

- in basso a destra

-in basso a sinistra

3) Con la macchina "Zero + 1" si possono scrivere \_\_\_\_\_

-tutti i numeri che esistono

-solo i numeri senza lo 0

-i numeri da 0 fino a 999



## **Percorso 2**

### **Zero+1 e le operazioni di addizione e sottrazione**

CanaliniFerriMaschietto

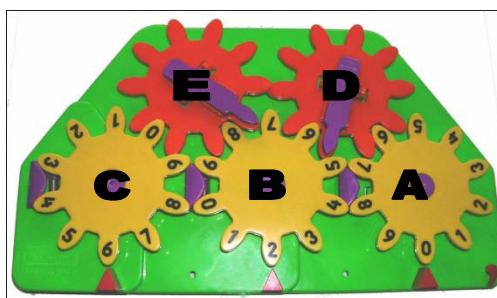
Come è stato ricordato nell'Introduzione, la pascalina è stata costruita come strumento di calcolo. In questa sezione, si propongono alcune attività per avviare a tale uso della macchina Zero+1.

### Contenuto matematico

Operazioni di addizione e sottrazione secondo l'approccio al numero di tipo ricorsivo. Addizione e sottrazione come operazioni una inversa dell'altra. Proprietà commutativa dell'addizione.

La pascalina presenta la definizione di addizione mediante l'operatore successivo (+1).

Il movimento delle ruote, in senso orario e antiorario, per effettuare addizioni e sottrazioni permette di mettere in evidenza il legame tra le due operazioni in termini di operazioni "una inversa dell'altra".



### Procedure per il calcolo di addizioni e sottrazioni

L'addizione corrisponde a un movimento delle ruote dentate in verso orario, mentre la sottrazione a un movimento in verso antiorario.

#### 1. Addizione per ricorsione

Per calcolare l'addizione  $12 + 13$ , si deve prima rappresentare il numero 12 poi si gira la ruota A per 13 volte in verso orario.

Questo schema corrisponde a quello del 'contare da' (*counting on*), cioè al processo secondo cui si conta partendo dal primo numero. In realtà il processo è tanto più efficace (veloce ed economico) se si parte dall'addendo maggiore.

#### 2. Addizione per decomposizione

Per calcolare l'addizione  $12 + 13$ , dapprima si rappresenta il numero 12 sulla pascalina, poi si decompone il secondo numero in decine e unità e infine si aggiungono, girando sempre in verso orario, le unità nella ruota A, le decine nella ruota B (nel caso di un numero con centinaia, si aggiungerebbero queste ultime nella ruota C).

L'ordine con cui sono aggiunte unità, decine e centinaia non è rilevante al fine del calcolo, in quanto la pascalina, come si è evidenziato nella sua presentazione, effettua i cambi necessari senza intervento di chi la utilizza.

Come ben si vede, i due schemi d'utilizzo non sono equivalenti benché siano entrambi possibili. La differenza tra i due, e la relativa scelta, emerge nel momento in cui i numeri da addizionare sono 'grandi': l'addizione per ricorsione risulta essere 'troppo costosa' in termini di tempo di esecuzione e di controllo del processo in atto. Inoltre si sottolinea come l'identificazione e l'utilizzo dell'addizione per decomposizione mette in gioco il valore posizionale delle cifre: è pertanto abbastanza immediato identificare tale schema qualora tale nozione sia già posseduta, ma qualora il valore posizionale sia una nozione solo parzialmente acquisita la ricerca di questo schema "più economico" può essere contestuale alla comprensione delle comuni regole di scrittura del numero.

Per quanto riguarda la sottrazione, si hanno schemi d'utilizzo analoghi a quelli per l'addizione, con la sola differenza del verso di rotazione (non più orario ma antiorario).

1. *Sottrazione per ricorsione*

Per calcolare  $15 - 11$ , si deve prima rappresentare il numero 15 poi si gira la ruota A per 11 volte in verso antiorario.

2. *Sottrazione per decomposizione*

Per calcolare la sottrazione  $15 - 11$ , dapprima si rappresenta il numero 15 sulla pascalina, poi si decompone il secondo numero in decine e unità e infine si sottraggono, girando sempre in verso antiorario, le unità nella ruota A, le decine nella ruota B (nel caso di un numero con centinaia, si aggiungeranno queste ultime nella ruota C).

### **Struttura del percorso**

1. Situazione A – La scoperta della macchina “Zero+1”
2. Situazione B – Zero+1 e l'addizione
3. Situazione C – Addizioni con Zero+1
4. Situazione D – Zero+1 e la sottrazione
5. Situazione E – Sottrazioni con Zero+1
6. Situazione F – La proprietà commutativa dell'addizione

Tempo necessario: 21 ore circa

### Situazione A: la scoperta della macchina “Zero+1” (pascalina<sup>8</sup>)

**Tempo:** 6 ore

**Obiettivi:**

- individuazione e denominazione delle parti costitutive dello strumento;
- osservazione dei due versi rotatori delle ruote (orario e antiorario);
- scrittura dei numeri

**Materiale occorrente:** almeno<sup>9</sup> uno strumento per ogni tre allievi, materiale di cancelleria

Attività	Commenti all'attività
<p><b>1) LAVORO A COPPIA O A PICCOLO GRUPPO</b> L'insegnante propone agli allievi in coppia o a piccolo gruppo di osservare “Zero+1”, di studiarne le caratteristiche e di capire se e come le varie parti possano essere messe in funzione per rappresentare numeri.</p>	<p><i>E' molto probabile che la macchina “Zero+1” risulti di per sé accattivante e ampiamente sufficiente a sollecitare la curiosità dei bambini.</i></p>
<p><b>2) LAVORO INDIVIDUALE</b> L'insegnante chiede ad ogni bambino della classe di disegnare la macchina “Zero+1” cercando di far comprendere come funziona quando si vuole scrivere un numero. Viene data la <a href="#">SCHEDA 1</a>.</p>	<p><i>Disegnare lo strumento per spiegare come funziona implica che gli allievi riflettano sui suoi elementi strutturali e che individuino segni adeguati, generalmente frecce, per rappresentare i versi opposti di rotazione delle ruote. Per aiutare gli allievi nel compito assegnato può essere proposta la <a href="#">SCHEDA 1</a>. Durante lo svolgimento del compito, l'insegnante può osservare quanto i bambini man mano producono e intervenire con domande specifiche chiedendo loro di rispondere scrivendo.</i></p>
<p><b>3) DISCUSSIONE COLLETTIVA</b> L'insegnante guida una discussione collettiva affinché vengano identificati i due schemi d'utilizzo che permettono di rappresentare numeri.</p>	<p><i>L'insegnante avrà cura di far esplicitare in modo chiaro le due procedure, proponendo ad esempio, dalla scrittura del numero tredici:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>partendo dallo zero, ruotare la ruota in basso a destra in senso orario contando tredici scatti tra un dente e l'altro (schema per ricorsione);</i></li> <li>- <i>partendo dallo zero, ruotare la ruota in basso a destra (“ruota delle unità”) in senso orario contando tre scatti tra un dente e l'altro e la ruota centrale (“ruota delle decine”) in senso orario contando uno scatto (schema per decomposizione).</i></li> </ul> <p><i>N.B. E' positivo che i termini “ruota delle unità”,</i></p>

<sup>8</sup> Il termine “pascalina” è stato utilizzato in alcune sperimentazioni didattiche e ricorda la famosa macchina aritmetica, nota appunto come pascalina, costruita da B. Pascal nel 1640.

<sup>9</sup> Il lavoro di gruppo si può svolgere a coppie o a piccolo gruppo di tre elementi, secondo la disponibilità di Zero+1 nella classe.

	<i>“ruota delle decine” e “ruota delle centinaia” vengano utilizzati poiché si crea un collegamento tra l’uso della macchina e i contenuti matematici.</i>
<p><b>1) LAVORO INDIVIDUALE</b>  L’insegnante propone l’attività prevista dalla <a href="#">SCHEDA 2</a>. L’attività intende permettere ad ogni alunno di elaborare ulteriormente e consolidare quanto emerso in discussione.</p>	<p><i>E’ possibile che non tutti gli allievi abbiano ben compreso l’ esistenza e le caratteristiche dei due diversi possibili schemi d’utilizzo della pascalina per ottenere la rappresentazione del numero . L’insegnante può intervenire individualmente durante l’attività e sostenere la riflessione di questi allievi più in difficoltà rivolgendo loro domande e permettendo una ulteriore esplorazione della macchina. In generale durante lo svolgimento dell’attività l’insegnante può invitare tutti gli allievi a riflettere sia sull’automatizzazione del cambio sia sulla maggiore economicità che caratterizza lo schema per decomposizione in quanto permette di aggiungere 10 con un solo scatto ottenuto ruotando in verso orario la “ruota decina”.</i></p>
<p><b>2) LAVORO COLLETTIVO</b>  L’insegnante rilegge e commenta brevemente insieme agli allievi la descrizione scritta e illustrata dei due schemi d’utilizzo ottenuta svolgendo l’attività precedente.</p>	<p><i>Durante la discussione è bene che l’attenzione sia nuovamente posta sul diverso valore delle cifre a seconda della posizione che occupano nella scrittura del numero e sulla maggiore economicità dello schema per decomposizione qualora i numeri siano maggiori di 10. Inoltre si può sottolineare che è indifferente l’ordine seguito per rappresentare decine e unità.</i></p>
<p><b>3) LAVORO INDIVIDUALE</b>  Agli allievi viene data la <a href="#">SCHEDA 3</a> di verifica</p>	<p><i>Attività di verifica sulla scrittura dei numeri.</i></p>

### Situazione B – Zero + 1 e l'addizione

**Tempo:** 2 ore

**Obiettivo:** individuazione dei modi d'uso della macchina per calcolare addizioni.

**Materiale occorrente:** almeno<sup>10</sup> uno strumento per ogni tre allievi, materiale di cancelleria

Attività	Commenti all'attività
<p><b>1) LAVORO A COPPIA O A PICCOLO GRUPPO</b> L'insegnante ripresenta alla classe la macchina Zero+1 spiegando che Pascal nel 1600 aveva inventato una macchina per fare i calcoli simile alla Zero+1, il cui nome era pascalina. Consegna una macchina ad ogni coppia o piccolo gruppo. Inoltre, assegna il nuovo compito: gli allievi dovranno cercare di capire come si eseguono le operazioni, in particolare l'addizione. Precisa inoltre che alla fine ogni gruppo dovrà relazionare sull'esplorazione effettuata.</p>	<p><i>Una possibile consegna per gli allievi potrebbe essere: "Osservate bene la pascalina e provate ad usarla per fare un'addizione. Come si può procedere? Alla fine ogni gruppo racconterà quanto ha fatto."</i></p> <p><i>Per presentare la pascalina, si può fare riferimento al seguente sito:</i> <a href="http://www2.polito.it/didattica/polymath/">http://www2.polito.it/didattica/polymath/</a> <i>e alle foto presenti nell'introduzione dei percorsi.</i></p>
<p><b>2) LAVORO COLLETTIVO</b> Un componente di ogni gruppo espone alla classe ciò che, insieme al compagno, ha scoperto nella fase di esplorazione.</p>	<p><i>Questo lavoro collettivo è importante in quanto deve permettere agli allievi di manifestare i dubbi e le difficoltà incontrate nello svolgimento del compito dato. Infatti le procedure di calcolo delle addizione con la Zero+1 sono diverse da quelle che normalmente si usano in classe.</i></p> <p><i>Riportiamo due tipi di difficoltà emersi:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- <i>difficoltà a rispondere alla consegna ("Allora, a noi c'è stata molta difficoltà perché all'inizio non capivamo come si riuscisse a fare questo lavoro"),</i></li><li>- <i>difficoltà legata al modo secondo cui gli allievi fanno le operazioni in carta e matita ("Allora noi all'inizio avevamo avuto un po' di difficoltà e non riuscivamo a capire come si facevano le addizioni, perché, anche se noi le sapevamo, non riuscivamo comunque a farle con la macchina").</i></li></ul>

<sup>10</sup> Il lavoro di gruppo si può svolgere a coppie o a piccolo gruppo di tre elementi, secondo la disponibilità di Zero+1 nella classe.

### Situazione C - Addizioni con Zero+1

**Tempo:** 4 ore.

**Obiettivo:** esplicitare i modi d'uso della macchina Zero+1 relativi all'addizione

**materiale occorrente:** almeno<sup>11</sup> uno strumento per ogni tre allievi, materiale di cancelleria

Attività	Commenti all'attività
<p><b>1) LAVORO COLLETTIVO</b> L'insegnante consegna una macchina ad ogni gruppo poi chiede agli allievi di indicare tutti i passaggi da compiere per eseguire l'addizione <math>11 + 13</math>.</p>	<p><i>Si consiglia di lavorare solo sull'addizione in questa situazione per consentire a tutti gli allievi di costruire corretti schemi d'utilizzo per questa operazione. La sottrazione sarà oggetto di una situazione successiva. In ogni caso, le sperimentazioni condotte evidenziano che la sottrazione comunque emerge dai protocolli degli allievi.</i></p>
<p><b>2) LAVORO A COPPIA O A PICCOLO GRUPPO</b> La maestra scrive alla lavagna alcune operazioni e chiede ai bambini di eseguirle una alla volta con la macchina.</p>	<p><i>Possono essere proposte le seguenti operazioni:</i></p> <p><i>1) <math>4 + 5</math>: per fissare la definizione di operazione unaria, cioè il modo di effettuare l'addizione che richiede la scrittura del primo numero e poi l'aggiunta del secondo sulla stessa ruota. È sollecitata la procedura di addizione per ricorsione (aggiungo +1)</i></p> <p><i>2) <math>6 + 8</math>: per evidenziare il cambio automatico, caratteristico della Zero+1. Si osserva che al cambio è associato un rumore caratteristico della macchina, che viene spesso evidenziato dagli allievi nelle discussioni.</i></p> <p><i>3) <math>4 + 15</math>: per sollecitare il ricorso alla proprietà commutativa come strategia più economica per effettuare le addizioni. La proprietà commutativa verrà affrontata in situazioni successive alla presente.</i></p> <p><i>4) <math>87 + 14</math>: per realizzare due cambi/riporti</i></p> <p><i>5) <math>24 + 47</math>: per sollecitare la procedura di calcolo per scomposizione. La taglia dei numeri si rivela una variabile della situazione, in quanto può assumere valori tali da indurre un cambio di strategia (dalla ricorsione alla decomposizione). Infatti la procedura per ricorsione è piuttosto costosa (in termini di tempo e gesti) quando i due addendi (ma</i></p>

<sup>11</sup> Il lavoro di gruppo si può svolgere a coppie o a piccolo gruppo di tre elementi, secondo la disponibilità di Zero+1 nella classe.



	<i>soprattutto il secondo, se la proprietà commutativa non viene applicata) non sono entro il 20.</i>
<b>3) LAVORO COLLETTIVO</b> Le operazioni scritte alla lavagna sono svolte collettivamente	<i>In questa fase, l'insegnante raccoglie e confronta le varie procedure. In base alla scelta delle operazioni dell'attività precedente, dovrebbero emergere le due procedure per fare le addizioni. In questa fase è opportuno portare l'attenzione sul linguaggio e condurre gli allievi a nominare le due procedure. Una possibile terminologia potrebbe essere:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>USO DELLA MACCHINA PER ADDIZIONARE AGGIUNGENDO SEMPRE UNA UNITA' ALLA VOLTA</i></li> <li>- <i>USO DELLA MACCHINA PER ADDIZIONARE CONSIDERANDO SIA DECINE SIA UNITA'</i></li> </ul>
<b>4) LAVORO INDIVIDUALE</b> Viene consegnato agli allievi la <a href="#">SCHEDA 4</a>	<i>La SCHEDA 4 verifica l'apprendimento delle due procedure.</i>

### Situazione D – Zero+1 e la sottrazione

**Tempo:** 2 ore.

**Obiettivo:**

- esplicitare i modi d'uso della macchina Zero+1 relativi alla sottrazione

**materiale occorrente:** almeno<sup>12</sup> uno strumento per ogni tre allievi, materiale di cancelleria

Attività	Commenti all'attività
1. LAVORO A COPPIA O A PICCOLO GRUPPO L'insegnante propone l'attività prevista dalla <a href="#">SCHEDA 5</a> .	<i>Basandosi sul fatto che nelle varie sperimentazioni condotte la sottrazione emerge nei discorsi degli allievi e nei resoconto delle loro esplorazioni, si propone la scheda 5 con due tipi di sottrazione:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>9 - 3</math>: la sottrazione coinvolge solo la ruota delle unità senza ricorso al cambio (decomposizione)</li> <li>- <math>12 - 4</math>: la sottrazione richiede il ricorso al cambio (decomposizione). Come nel caso dell'addizione, il cambio è enfatizzato dal suono della ruota D che gira.</li> </ul>
2. LAVORO COLLETTIVO Le operazioni della <a href="#">SCHEDA 5</a> sono eseguite e commentate collettivamente.	<i>In questa fase, l'insegnante raccoglie e confronta le varie procedure. Due elementi devono essere evidenziati:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- il movimento delle ruote rispetto all'addizione: senso orario per l'addizione e senso antiorario per la sottrazione. Su questo elemento si andrà a costruire l'idea che le due operazioni su uno l'inversa dell'altra (N.B. la sottrazione è definita sui numeri naturali);</li> <li>- la decomposizione necessaria al calcolo della sottrazione e il corrispondente movimento delle ruote della macchina Zero+1.</li> </ul>

<sup>12</sup> Il lavoro di gruppo si può svolgere a coppie o a piccolo gruppo di tre elementi, secondo la disponibilità di Zero+1 nella classe.

### Situazione E – Sottrazioni con Zero+1

**Tempo:** 5 ore.

**Obiettivo:**

- mettere in relazione le operazioni di addizione e sottrazione, in riferimento al movimento delle ruote della macchina Zero+1

**materiale occorrente:** almeno<sup>13</sup> uno strumento per ogni tre allievi, materiale di cancelleria

Attività	Commenti all'attività
1. LAVORO A COPPIA O A PICCOLO GRUPPO La maestra scrive alla lavagna alcune operazioni e chiede ai bambini di eseguirle una alla volta con la macchina.	<i>Possono essere proposte le seguenti operazioni: 1) <math>15 - 8</math> 2) <math>36 - 19</math> 3) <math>164 - 26</math> 4) <math>157 - 78</math> Attenzione. La macchina non offre alcun controllo su sottrazioni in cui il minuendo sia maggiore o uguale al sottraendo. Esse possono essere eseguite a livello di rotazione delle ruote. Occorre quindi prestare attenzione a eventuali domande a tal proposito. Infatti il controllo deve essere fatto sull'operazione proposta prima ancora di passare alla macchina Zero+1. Per tale ragione, non viene proposta questo tipo di operazione nella lista. Sarà cura dell'insegnante porre eventualmente il problema in un momento opportuno della discussione in classe.</i>
2. LAVORO COLLETTIVO Le operazioni scritte alla lavagna sono eseguite e commentate collettivamente	
3. LAVORO A COPPIA O A PICCOLO GRUPPO I passaggi per effettuare una sottrazione sono richiesti dalla <a href="#">SCHEDA 6</a> .	<i>Per consolidare le conoscenze sulla sottrazione e per far esplicitare da parte degli allievi i movimenti per effettuare le sottrazioni, si propone un lavoro a piccolo gruppo su scheda.</i>
4. LAVORO INDIVIDUALE Il confronto tra le operazioni di addizione e sottrazione è richiesto nella <a href="#">SCHEDA 7</a> .	<i>Per mettere maggiormente in evidenza il legame tra le due operazioni, si può proporre agli allievi la <a href="#">SCHEDA 7</a>.</i>

<sup>13</sup> Il lavoro di gruppo si può svolgere a coppie o a piccolo gruppo di tre elementi, secondo la disponibilità di Zero+1 nella classe.

## Situazione F – Proprietà commutativa dell'addizione

**Tempo:** 2 ore.

**Obiettivo:**

- esplorare la proprietà commutativa dell'addizione

**materiale occorrente:** almeno<sup>14</sup> uno strumento per ogni tre allievi, materiale di cancelleria

Attività	Commenti all'attività
1. LAVORO A COPPIE O A PICCOLO GRUPPO L'insegnante propone l'attività prevista dalla <a href="#">SCHEDA 8</a> .	La <a href="#">SCHEDA 8</a> richiede l'esecuzione di alcune addizioni e la ricerca delle coppie di addizioni che hanno lo stesso risultato.
2. LAVORO COLLETTIVO Le operazioni della <a href="#">SCHEDA 8</a> sono eseguite e commentate collettivamente.	In questa fase, l'insegnante raccoglie le osservazioni fatte dai bambini durante il lavoro sulla <a href="#">SCHEDA 8</a> , giungendo alla formulazione della proprietà commutativa per l'addizione
3. LAVORO INDIVIDUALE Lavoro sulla <a href="#">SCHEDA 9</a> .	In questa scheda gli allievi dovranno indicare il modo più veloce per sommare con la pascalina. Esso corrisponde al mettere in gioco la proprietà commutativa.

<sup>14</sup> Il lavoro di gruppo si può svolgere a coppie o a piccolo gruppo di tre elementi, secondo la disponibilità di Zero+1 nella classe.

SCHEDA 1

Scrivi il numero 13 sulla macchina Zero+1. Spiega bene come si deve procedere per scriverlo. Puoi usare disegni e parole.

CanaliniFerriMaschietto

## SCHEDA 2


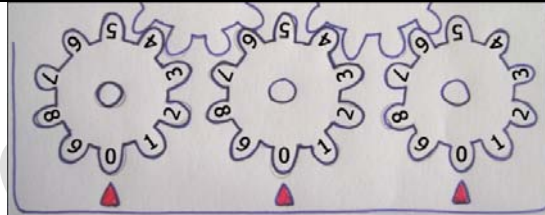
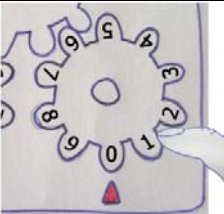
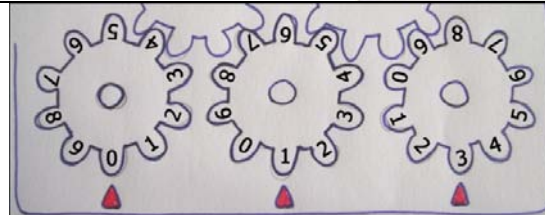
Riordina le due sequenze di immagini e le relative didascalie completando i testi. Poi, scrivi il titolo corretto su ogni doppia sequenza scegliendo tra queste possibilità:

- SCRITTURA DEL NUMERO 13 AGGIUNGENDO SEMPRE UNA UNITA'
- SCRITTURA DEL NUMERO 13 AGGIUNGENDO UNITA' E DECINE

## SCRITTURA DEL NUMERO 13 AGGIUNGENDO.....

	Gira la ruota in basso a ..... in senso ..... contando ..... scatti.
	Gira una o più ruote della ..... in modo che indichino zero. Attenzione! Alla fine, i triangolini rossi in basso devono tutti ..... la cifra ....
	Osserva la macchina e leggi il ..... Tredici

## SCRITTURA DEL NUMERO 13 AGGIUNGENDO.....

	Osserva la macchina e leggi il ..... Tredici
	Girare la ruota delle decine, quella a sinistra rispetto alla ruota delle ..... in senso ..... contando uno .....
	Gira una o più ruote della ..... in modo che indichino zero. Attenzione! I triangolini rossi in basso devono tutti ..... la cifra ....
	Ruota la ruota delle unità, quella in basso a ..... in senso ..... contando ..... scatti

SCHEDA 3

Alcuni bambini hanno rappresentato il numero dodici sulla pascalina. In base a quanto dicono scopri se stanno aggiungendo sempre una unità contando fino a dodici, oppure se aggiungono decine e unità separatamente.

Sono SARA e dopo aver azzerato la macchina ho messo in movimento una sola ruota



Sono OMAR, sulla pascalina avevo tutti zero e ho messo in movimento la ruota centrale in basso e poi quella in basso a destra



Ciao sono GIORGIO, per scrivere il numero ho contato da 1 a 12 senza mai fermarmi facendo ruotare la ruota in basso a destra



Sono LUCA, ho pensato che il numero 13 è formato da 3 unità e una decina per dover contare meno scatti



Ciao sono LISA. Ho azzerato la macchina, poi muovendo solo due ruote ho ottenuto 12



I BAMBINI CHE RAPPRESENTANO DODICI AGGIUNGENDO SEMPRE UNA UNITA' SONO:

-----

I BAMBINI CHE RAPPRESENTANO DODICI AGGIUNGENDO LA DECINA E LE DUE UNITA' SONO:

-----



SCHEDA 4

Ricopia in ordine le frasi che trovi scritte alla rinfusa per descrivere le due diverse procedure che ti permettono di calcolare  $19 + 12$  con la macchina "Zero + 1".

Attenzione! Le frasi scritte sono 12, ma tu ne devi ricopiare solo 9. CI SONO INFATTI FRASI NON CORRETTE CHE DEVI SCARTARE.

1. Azzerare la macchina Zero+1
2. Muovere per 12 volte i denti della ruota delle unità in senso orario
3. Muovere per 12 volte i denti della ruota delle unità in senso antiorario
4. Leggere il risultato
5. Muovere per 2 volte i denti della ruota delle unità in senso orario
6. Muovere per 2 volte i denti della ruota delle unità in senso antiorario
7. Muovere un dente della ruota delle decine in senso orario
8. Muovere un dente della ruota delle decine in senso antiorario
9. Scrivere il numero 19 sulla macchina Zero+1
10. Azzerare la macchina Zero+1
11. Scrivere il numero 19 sulla macchina Zero+1
12. Leggere il risultato

USO DELLA MACCHINA PER ADDIZIONARE AGGIUNGENDO SEMPRE UNA UNITÀ	USO DELLA MACCHINA PER ADDIZIONARE AGGIUNGENDO SIA DECINE SIA UNITÀ

SCHEDA 5

1) Esegui con la macchina Zero+1 la sottrazione  $9 - 3$ , spiegando bene come hai fatto.

2) Esegui con la macchina Zero+1 la sottrazione  $12 - 4$ .

Rispondi alle domande:

- hai seguito lo stesso procedimento della sottrazione  $9 - 3$ ?

SI

NO. Spiega cosa hai fatto di diverso

.....

.....

.....

- la macchina Zero+1 si è comportata come per la sottrazione  $9 - 3$ ?

SI

NO. Spiega cosa ha fatto di diverso.

.....

.....

.....

SCHEDA 6

Ricopia in ordine le frasi che trovi scritte alla rinfusa per descrivere le due diverse procedure che ti permettono di calcolare  $29 - 14$  con la macchina "Zero + 1".

Attenzione! Le frasi scritte sono 12, ma tu ne devi ricopiare solo 9. CI SONO INFATTI FRASI NON CORRETTE CHE DEVI SCARTARE.

1. Azzerare la macchina Zero+1
2. Muovere per 14 volte i denti della ruota delle unità in senso orario
3. Muovere per 14 volte i denti della ruota delle unità in senso antiorario
4. Leggere il risultato
5. Muovere per quattro volte i denti della ruota delle unità in senso orario
6. Muovere per quattro volte i denti della ruota delle unità in senso antiorario
7. Muovere un dente della ruota delle decine in senso orario
8. Muovere un dente della ruota delle decine in senso antiorario
9. Scrivere il numero 29 sulla macchina Zero+1
10. Azzerare la macchina Zero+1
11. Scrivere il numero 29 sulla macchina Zero+1
12. Leggere il risultato

USO DELLA MACCHINA PER SOTTRARRE TOGLIENDO SEMPRE UNA UNITÀ	USO DELLA MACCHINA PER SOTTRARRE TOGLIENDO SIA DECINE SIA UNITÀ

SCHEDA 7

Esegui le due seguenti operazioni:

$$24 + 8 =$$

$$24 - 8 =$$

Spiega con chiarezza i modi di eseguire le due operazioni, precisando cosa è uguale e cosa è diverso. Puoi usare parole e disegni.

SCHEDA 8

1. Eseguite con la macchina Zero+1 le seguenti addizioni e collegatele con il risultato mediante una freccia.

$$8 + 33$$

$$17 + 9$$

$$15 + 5$$

$$5 + 15$$

$$33 + 8$$

$$9 + 17$$

$$21 + 19$$

$$19 + 21$$

20    50    27    41    43    26    32    40

2. Scrivete le addizioni che hanno lo stesso risultato.

\_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_

Quali osservazioni potete fare?

SCHEDA 9

Indica il modo più veloce per eseguire le seguenti addizioni con la pascalina.

CanaliniFerriMaschietto

## Sul laboratorio di matematica

Il laboratorio di matematica è un ambiente che intende favorire la costruzione di significati, strettamente legata, da un lato, all'uso di strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altro, alle iterazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività. Per illustrare le attività di laboratorio, si può prendere in considerazione il seguente schema (Figura 1, Bartolini Bussi & Mariotti 2009):

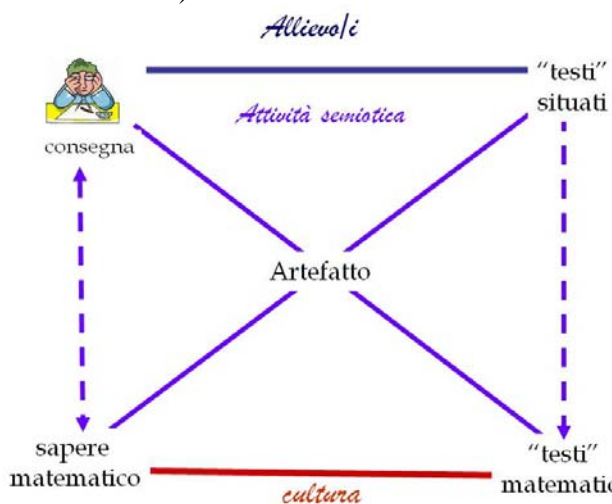


Figura 1

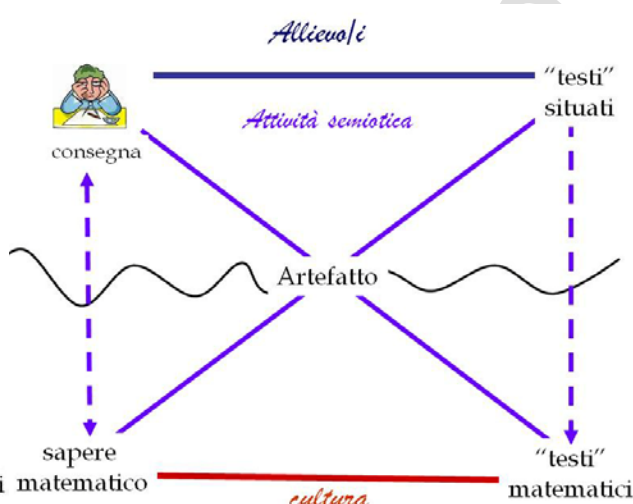


Figura 2

Nel laboratorio di matematica, le attività (definite da opportune consegne) sono progettate dagli insegnanti, in relazione ai particolari significati matematici che si intende far costruire agli allievi ed a artefatti che li incorporano. Tali significati matematici sono definiti a partire dalla matematica come oggetto culturale (sapere matematico), attraverso il filtro delle decisioni assunte dal sistema educativo, che definisce i traguardi di competenza. In riferimento allo schema della Figura 1, l'insegnante interviene nel collegamento tra sapere matematico e consegna (freccia verticale a sinistra).

Cosa avviene o può avvenire in un laboratorio di matematica?

Quando ad un allievo (oppure ad un piccolo gruppo di allievi) è data una consegna che prevede l'uso di uno o più artefatti (come la macchina Zero+1), si osserva in generale un'intensa attività di produzione di *segni* (attività *semiotica*, parte alta dello schema della Figura 1). L'artefatto da condividere forza la produzione di segni, quali sguardi, gesti, parole, schizzi su carta, realizzazione di disegni o testi (anche contenenti simboli) su carta o sullo schermo del computer, ecc.

L'attività degli allievi è descritta nella parte alta del diagramma della Figura 1: i segni sono funzionali alla rappresentazione del problema per se stessi e alla comunicazione con gli altri e si riferiscono ad un lessico condiviso o condivisibile ma legato alla particolare situazione (per questo viene usato il termine "situato", nel vertice in alto a destra dello schema), non sempre e non necessariamente espresso in linguaggio matematico.

L'esperienza mostra che non è sufficiente fornire un artefatto ad un allievo o ad un gruppo di allievi, suggerendone l'uso in relazione ad una certa consegna, per realizzare la costruzione di significati matematici. Infatti, l'artefatto può essere usato anche solo come strumento tecnico per produrre una soluzione in modo meccanico, con scarsa o addirittura nessuna comprensione dei significati. Può quindi succedere che si verifichi una frattura (Figura 2) tra l'attività (pur



coinvolgente, motivante, pedagogicamente significativa) degli allievi con l'artefatto e la costruzione, da parte loro, di significati matematici.

In altre parole, la sola attività svolta in laboratorio con l'uso di artefatti può rivelarsi del tutto inefficace se non è adeguatamente sostenuta dalla consapevolezza, da parte degli insegnanti, dei significati matematici da costruire e delle strategie didattiche da mettere in opera. L'insegnante svolge quindi un ruolo fondamentale di mediatore culturale tra il lavoro degli allievi (parte alta dello schema) e la cultura matematica (parte basse dello schema). In particolare, è a carico dell'insegnante l'evoluzione dei segni, da testi situati a testi matematici (freccia verticale a destra nella Figura 1), mediante strategie didattiche quali la discussione matematica.

Ad esempio, l'abaco che evoca in modo diretto la notazione posizionale (in base dieci) dei numeri naturali, può essere utilizzato dagli allievi senza fare riferimento al valore posizionale delle cifre, che rimane, quindi un significato matematico non accessibile. Ci si può accorgere così che non è posseduto un controllo semantico del numero. Non si sa quindi riconoscere l'uguaglianza di *due decine e tre unità* e *ventitre unità*. I primi indizi di questa difficoltà emergono quando l'allievo legge 10 invece di 802 su un abaco in cui vi sono 8 palline nell'asta delle centinaia e 2 nell'asta delle unità, senza distinguere il valore della pallina nella posizione delle unità dal valore della pallina nella posizione delle centinaia.

## Bibliografia minima

AAVV. UMI (2004), Anichini, G., Arzarello, F., Ciarrapico, L., & Robutti, O. (Eds.). *Matematica 2003. La matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica (Ciclo secondario)*. Lucca: Matteoni stampatore.

Bartolini Bussi M.G. & Mariotti M.A. (2009). Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij, *L’Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, Vol. 32 A-B, 270-294.

Canalini Corpacci, R. (2008). *Pascalina” e notazione posizionale in quinta elementare*, Tesi di laurea in Scienze della Formazione Primaria (non pubblicata), Università di Modena e Reggio Emilia

Casarotti, G. (2006). *Strumenti e costruzione di significati aritmetici: un esperimento con la “pascalina”*, Tesi di laurea in Scienze della Formazione Primaria (non pubblicata), Università di Modena e Reggio Emilia

Ferri, F. (2007). Il laboratorio di matematica nella classe. Costruzione di significati aritmetici attraverso l’uso di macchine per calcolare, in R.Garuti, A.Orlandoni & R.Ricci (Eds.), *Il laboratorio scientifico-matematico: suggerimenti ed esperienze*, *Innovazione Educativa*, Anno 2, Inserto allegato al n. 8 - Ottobre 2007, pp. 26 – 31. in Appendice.

Giangrandi P. (in rete). *Museo on line: breve storia degli strumenti di calcolo*, <http://www.tecnoteca.it/museo/> (ultimo accesso: dicembre 2010)

Maschietto, M.& Ferri, F. (2007). Artefacts, schèmes d’utilisation et significations arithmétiques. *Mathematical Activity in classroom practice and as research object in didactics: two complementary perspectives*, *Proceeding of the CIEAEM 59*. Varga Tamas Foundation, Dobogoko: Ungheria, 179 - 183.

Savioli, K. (2004). Punti di forza per l’utilizzo della Pascalina “Zero+1” in classe. Sperimentazione in classe prima – scuola primaria.

[http://www.avimes.it/allegati/2004\\_2005/punti%20forza%20pascaline.doc](http://www.avimes.it/allegati/2004_2005/punti%20forza%20pascaline.doc)

(ultimo accesso: dicembre 2010)

Pascal, B. (1645). *Lettera di dedica a Monsignor il Cancelliere*, In Progetto Polymath, La macchina aritmetica, Torino: Politecnico 2006.

<http://www2.polito.it/didattica/polymath/ICT/Htmls/Informazioni/Antologia/Pascal.htm>

(ultimo accesso: dicembre 2010)

CanaliniFerriMaschietto

# Il laboratorio di matematica nella classe. Costruzione di significati aritmetici attraverso l'uso di macchine per calcolare

Franca Ferri, Scuola primaria "P. L. da Palestrina" X Circolo Modena,  
Laboratorio delle Macchine Matematiche, Dipartimento di Matematica,  
Università di Modena e Reggio Emilia

## Introduzione

Nella società attuale l'uso di strumenti tecnologici accompagna sempre più le nostre azioni quotidiane. Di questo si ha riscontro anche nella scuola primaria con allievi molto giovani. Nello zainetto dei bambini, oltre a strumenti classici come righello, goniometro e compasso, trovano posto spesso calcolatrici tascabili ed anche giochi elettronici, di cui i ragazzi mostrano conoscere molto bene l'uso. La scuola primaria ha una lunga tradizione didattica legata agli strumenti di calcolo, limitata però soprattutto ai primi anni, quando è necessario lavorare sulla notazione posizionale e sull'introduzione delle operazioni. Si trova qui un parallelo con la storia degli strumenti di calcolo, che ha inizio con quella delle antiche civiltà e che per lungo tempo è unita all'impiego di strumenti molto semplici, ma efficaci, per operare con numeri. L'abaco (fig.1) n'è un esempio classico e, nell'insegnamento della matematica nella scuola primaria, gode tuttora di un certo favore. L'uso di strumenti di calcolo sembra, però, terminare a fine seconda o all'inizio della classe terza, quando carta e penna hanno il sopravvento e la calcolatrice tascabile inizia a divenire un vero e proprio tabù scolastico. La scuola in questo modo sembra perdere un'importante occasione di riflessione: l'approccio al calcolo con diversi strumenti ha una forte valenza culturale, soprattutto se si lega allo sviluppo ed alle evoluzioni di tali strumenti nel corso della storia. Nella formazione matematica degli allievi è sempre importante mantenere da una parte la riflessione sulle procedure, di calcolo nel nostro caso, e dall'altra riflettere sulla non unicità di tali procedure per il raggiungimento di un certo obiettivo. In un'ottica di questo tipo, si sono svolte le sperimentazioni didattiche, che si presentano in queste pagine, su alcuni strumenti per calcolare, effettuate in un percorso a lungo termine, dalla seconda alla quarta classe della scuola primaria. Le tre sperimentazioni sono anche da intendersi come attività di laboratorio attuate con l'intera classe, poiché nel loro indice trovano posto la discussione matematica, l'uso di strumenti tecnologici e il ruolo che questi ultimi giocano come mediatori nei processi di apprendimento/insegnamento, voci fondamentali della didattica laboratoriale. Gli strumenti introdotti nel corso degli anni sono stati l'abaco, la macchina "Zero +1" (Fig.2), chiamata "pascalina" poiché in parte simile alla storica pascalina di Blaise Pascal e vari modelli di calcolatrice tascabile.



Figura 1. Abaco di uso scolastico



Figura 2. Macchina ZERO +1 chiamata "pascalina"<sup>15</sup>

## Quadro teorico

Queste sperimentazioni sono state condotte all'interno del quadro teorico della mediazione semiotica d'origine vygoskiana e sviluppato da Bartolini Bussi e Al. (2005). Nei suoi scritti, Vygotsky (1990) ha mostrato, tra l'altro, la funzione di diversi sistemi semiotici, come i gesti e i disegni. L'elenco dato da Vygotsky comprende il linguaggio, i diversi sistemi semiotici per contare, le mnemotecniche, i sistemi simbolici algebrici, gli scritti, i diagrammi, in generale i segni convenzionali. Questi sono tutti degli artefatti

<sup>15</sup> Si ringrazia la ditta Quercetti per averci fornito le macchine.

prodotti nel corso dello sviluppo storico e culturale della conoscenza. Nello stesso filone di studio, Wartofsky (1979) utilizza il termine « artefact » in un'accezione più larga, che include per esempio strumenti come il compasso, l'abaco, ma anche i testi, le fonti storiche, i discorsi, i gesti e le teorie matematiche. Quando un artefatto è introdotto in una classe con lo scopo preciso di costruire certi significati matematici, si possono identificare due tipi di legami: il primo legame è stabilito tra l'artefatto e il compito dato, mentre il secondo legame è definito tra l'artefatto e una parte del sapere. In questo senso si può parlare di polisemia dell'artefatto. Lo sviluppo parallelo di diversi sistemi semiotici (gesti, disegni, linguaggio orale e scritto) favorisce l'interiorizzazione della polisemia; questo processo è condotto dall'insegnante a partire dalle caratteristiche fisiche dell'artefatto proposto ai bambini. Questi sistemi semiotici permettono agli allievi di costruire il significato degli oggetti matematici in un progetto che inizia con un'attività di esplorazione della macchina e termina con un modello matematico.

## Le sperimentazioni nella classe

Gli artefatti scelti per la sperimentazione hanno una forte dimensione storica e culturale perché appartenuti alla storia del calcolo, come l'abaco e la calcolatrice tascabile o perché evocano, come "ZERO +1", la macchina costruita da B. Pascal nel 1645, la quale ha rappresentato una tappa importante nello sviluppo delle macchine automatiche di calcolo. Confrontandola con l'abaco, privo di automatismi meccanici, la pascalina contiene un automatismo fondamentale: il riporto o prestito, inoltre, incorpora la definizione dell'operazione di addizione come operatore « +1 » (Peano, 1957). Le sperimentazioni attuate tutte nella stessa classe, sono iniziate, con l'introduzione dell'abaco, nel mese di gennaio 2005 e sono tuttora in corso. La documentazione del lavoro giunge sino al marzo 2007.

L'intero percorso può essere suddiviso in tre grandi tappe:

- *Abaco*, ovvero, la notazione posizionale (classe II)
- "*Pascalina*", ovvero, diversi algoritmi di calcolo (Classe III e classe IV)
- *Calcolatrice tascabile*, ovvero, l'automatismo del calcolo (Classe IV)

## L'abaco

L'introduzione dell'abaco a gennaio della classe seconda ha come fine la costruzione del significato della notazione posizionale per la scrittura dei numeri in base dieci. I bambini, al primo contatto con l'artefatto, sembrano ripercorrere gli schemi d'uso emersi nel percorso storico: da strumento per contare a strumento per fare operazioni.

*"Serve per contare. Tu conti delle cose e ogni cosa metti una pallina. È un conta punti".* (Chiara)

*"Si possono fare delle addizioni. Tre palline da una parte, due dall'altra e poi conti e vedi che sono cinque. Puoi anche fare le sottrazioni. Metti delle palline e poi le togli e vedi quante ne restano. Insomma serve per fare le operazioni".* (Orlando)

L'appropriazione del significato dell'abaco come strumento per rappresentare i numeri in base dieci è colto successivamente, dopo aver sperimentato che i modi trovati per addizionare permettevano poche operazioni e in un campo numerico ristretto.

*"È troppo corto il bastone! Tu puoi fare troppe poche operazioni. Ce ne stanno solo nove!"* (Giacomo)

*"Qua tre bastoni e allora tu metti due palline qua e scrivi due, cambi posto e metti qua e hai venti, cambi posto ancora e hai duecento. Cambia posto, cambia numero. ... Con questo noi possiamo fare novecentonovantanove. Numero più grande".* (Wang Ping)

*"Vero. Allora l'abaco serve per scrivere i numeri e lì puoi scrivere tutti, se aggiungi dei bastoncini. E poi il posto dove metti le palline è importante, perché cambia il numero".* (Orlando)

Sono programmate diverse attività di scrittura di numeri con l'abaco e, sempre usando l'artefatto, i bambini si appropriano poco alla volta e con tempi diversi del significato della notazione posizionale in base dieci. È quasi spontaneo da parte degli allievi il passaggio dallo strumento fisico alla rappresentazione solo grafica dell'abaco. Nel momento in cui l'abaco fisico è interiorizzato, completando così il suo percorso come strumento di mediazione semiotica, esso scompare ed è sostituito da un sistema di rappresentazione, che può essere compreso e descritto a prescindere dallo strumento fisico che l'ha generato. L'abaco, artefatto costruito nella storia per contare e calcolare, diviene strumento di mediazione semiotica per la rappresentazione polinomiale dei numeri, mantenendo le tracce del suo percorso storico (contare, calcolare, scrivere i numeri, dare significato allo spazio vuoto – zero).

## La “pascalina”

In classe terza, dopo aver visto casualmente la macchina “Zero +1” della ditta Quercetti, si è pensato di introdurla nella classe, in continuità, in quanto macchina per il calcolo, con le attività sull’abaco. La macchina “Zero + 1” evoca la “Pascalina”, costruita da B. Pascal nel 1645 e la sua introduzione avrebbe permesso di riscoprire e riutilizzare strumenti del passato per costruire significati matematici. Le “pascaline” sono macchine costituite da ruote dentate il cui moto è determinato dal movimento di una di esse; realizzano operazioni e, in particolare, facilmente addizioni e sottrazioni. Inoltre, l’addizione sulla “pascalina” fa riferimento alla nozione di operatore:  $a + \text{suc } b = \text{suc } (a + b)$ . Al momento dell’introduzione della macchina, fine terza, gli allievi avevano abbastanza consolidate l’operazione binaria e le procedure di calcolo in colonna sui numeri naturali e decimali. È sembrato quindi, che il momento fosse particolarmente propizio per proporre un lavoro di riflessione sulle operazioni e sugli algoritmi. Si era inoltre previsto che nella costruzione degli schemi d’uso da parte degli allievi, un eventuale ostacolo fosse dato proprio dalla conoscenza e dall’uso consolidato dell’operazione di addizione binaria. Il percorso, tra la fine terza e i primi tre mesi della quarta, si è svolto in più tappe che riguardavano: l’esplorazione della macchina, l’eseguire operazioni con l’artefatto, il confronto tra l’algoritmo dell’addizione con la “pascalina” e l’algoritmo dell’addizione in colonna, la scrittura delle istruzioni d’uso della “pascalina” per le operazioni di addizione e di sottrazione, il confronto di testi quali le istruzioni Quercetti per addizione e sottrazione e pagine scelte di Pascal e, come ultima tappa, la scrittura con i segni della matematica di due diversi modi per addizionare con la “pascalina”. La documentazione di questo lavoro, come anche quella degli altri, si fonda sui dati raccolti: protocolli degli allievi, sbobinature di discussioni, registrazioni video delle attività proposte, fotografie e annotazioni dell’insegnante. L’analisi di tutte le tappe richiederebbe uno spazio non compatibile con quest’articolo, pertanto si considerano solamente elementi di alcune tappe, per mostrare il percorso realizzato dagli allievi.

Nella prima tappa, dopo l’esplorazione della macchina, gli allievi relazionano sulle loro scoperte. Alcuni di loro mettono in evidenza le difficoltà incontrate:

*“Allora, a noi c’è stata molta difficoltà perché all’inizio non capivamo come si riuscisse a fare questo lavoro”.* (Giacomo)

*“Noi all’inizio avevamo avuto un po’ di difficoltà e non riuscivamo a capire come si facevano le addizioni, perché, anche se noi le sapevamo, non riuscivamo comunque a farle con la macchina”.* (Tommaso)

Il primo intervento evidenzia una difficoltà legata o all’interpretazione della consegna o alla costruzione degli schemi d’uso, mentre il secondo, pur evidenziando anch’esso una difficoltà legata agli schemi d’uso *“non riuscivamo a capire come si facevano le addizioni”*, mostra come la difficoltà dipenda anche dalla conoscenza mobilitata sull’addizione *“anche se noi le sapevamo”*. In altri termini Tommaso evidenzia come la conoscenza dell’addizione, in termini di operazione binaria, crei un ostacolo all’esecuzione dell’addizione con la pascalina, che si basa sull’operatore +1. Lo stesso ostacolo si può ben vedere nel resoconto dei due soli allievi che non sono stati in grado di eseguire alcun’addizione con la pascalina:

*“Noi non riuscivamo a trovare come si fa a fare le addizioni con la pascalina... Mettevamo il 9 e poi il 3, ma non riuscivamo a trovare il risultato, non ci veniva il 12”.* (Vanessa e Joseph).

I bambini sono stati generalmente in grado di eseguire addizioni, di fare considerazioni interessanti sulle modalità di esecuzione e sui limiti della macchina:

*“Ogni volta che fai un’operazione e arrivi a zero la decina cambia, poi, se la decina arriva a zero (Indica la ruota centrale), la centinaia cambia ... il centinaio cambia. Sempre così ... Solo che non può andare più di 999”.* (Christian)

*“La sottrazione e la divisione vanno in senso antiorario e, invece, le moltiplicazioni e le addizioni vanno in senso orario. In senso orario verso sinistra così ... (Fa vedere) In senso antiorario verso destra, così (esegue)”.* (Orlando)

Le lezioni successive hanno permesso la costruzione di schemi d’utilizzo da parte di tutti i bimbi. Nella tappa riguardante la redazione d’istruzioni d’uso i bambini hanno mostrato di possedere con sicurezza le procedure d’esecuzione di addizione e di sottrazione. Contemporaneamente si è preso in carico la costruzione dei significati matematici e il superamento dell’ostacolo dato dalla conoscenza pregressa. La consegna data nell’ultima tappa (fig. 3) aveva proprio il fine di far esplicitare ai ragazzi le conoscenze matematiche inerenti alle diverse procedure per addizionare.

Ecco le affermazioni di due bambini.

- **Orlando:** - Ho scritto il numero 28, poi ho girato in senso orario 14 volte la ruota in basso a destra, quella delle unità. Il risultato è 42.

**Prova a scrivere le espressioni matematiche che rappresentano i due diversi procedimenti.**

Figura 3. Consegna dell'insegnante

$$\begin{aligned} & \text{Houston} \\ & = (20 + 10) + (4 + 8) = \\ & = 30 + 12 = \\ & = 42 \end{aligned}$$

Figura 4: protocollo di Ning

ORLANDO:

$$28 + 14 = 42$$
$$\frac{28 + 14}{92}$$

CHRISTIAN:

$$28 + 14 = 42$$
$$\frac{28 + 14}{92}$$

Figura 5: protocollo di Vanessa

Nei protocolli si vede come gli allievi siano riusciti con diverse modalità a formalizzare gli aspetti matematici dei due tipi di operazione (fig. 4). Documentano bene il percorso realizzato dagli allievi: il protocollo di Vanessa (fig. 5), che all'inizio della sperimentazione aveva mostrato difficoltà nel superamento dell'ostacolo tra operazione binaria ed addizione con l'operatore  $+1$ . Nel suo testo i segni matematici sono accompagnati da disegni di ruote con funzioni esplicative. Una sola ruota per far vedere come l'operatore  $+1$  agisca solo sulla ruota delle unità, e tutte tre per mostrare come esse siano necessarie quando si applica lo stesso operatore sul numero scomposto in decine e unità. L'insolita addizione in colonna è scritta per rafforzare l'uso dell'operatore  $+1$ .

In classe quarta, durante il confronto tra algoritmo dell'addizione in colonna e quello dell'addizione con la "pascalina" un'allieva introduce una nuova variabile alla discussione: la calcolatrice tascabile.

“Con la calcolatrice è molto più semplice che con la pascalina” (Laura)

La provocazione è subito raccolta da altri bambini che confrontano i vari artefatti, riprendendo anche l'abaco, e riproducendo così a grandi linee la storia degli strumenti di calcolo.

*“Il primo strumento è stato l’abaco, che è il più antico, poi la Pascalina e adesso c’è la calcolatrice”.*(Michael)

*“Con l’abaco dovevi saper fare i calcoli bene e dovevi saper fare tutto, poi con la pascalina tu dovevi sapere che operazione fare, muovevi le ruote, ma la macchina faceva da sola il cambio da unità a decine o da decine a centinaia. Con la calcolatrice tu digiti solo i numeri e i segni e ti viene il risultato, ma non sai cosa fa la macchina e non capisci niente dei cambi.” (Federico)*

Si decide di preparare un'unità di lavoro specifica sulla calcolatrice (d'ora in poi CT) per permettere agli allievi di conoscerne il funzionamento ed anche per riflettere su significativi contenuti matematici. I ragazzi, muniti tutti di CT varie e con diverse funzioni, sono invitati a descrivere la loro CT e a disegnarla. La duplice consegna ha il compito di condurre il bambino ad usare il linguaggio verbale in un contesto con vincoli, dati dalla realtà fisica dell'oggetto tecnologico dal suo funzionamento e quindi dai suoi possibili usi, mentre la richiesta di disegnare la propria CT richiede abilità d'organizzazione spaziale. L'attenzione alla propria CT costruisce una base di conoscenze individuali che permetterà in seguito di discutere collettivamente sulle somiglianze e differenze tra le varie calcolatrici presenti in classe, somiglianze e differenze che riguardano sia il loro aspetto esteriore sia il funzionamento interno. Nelle tappe successive si passa alla scrittura di numeri naturali e decimali, introducendo uno schema (fig. 6) per la rappresentazione dell'interazione bambino – calcolatrice.

BATTO	VEDO	COSA SIGNIFICA
ON	compare 0	la C.T. è accesa
9	compare 9	il "9" diventa numero: 9 unità
3	compare 93	il numero diventa: 9 decine e 3 unità
7	compare 937	il numero diventa: 9 centinaia, 3 decine e 7 unità

Figura 6 (Schema da Unità F Progetto SET)

Per la scrittura di numeri decimali l'attenzione è posta principalmente sulla funzione dello "0" e del tasto ed i ragazzi sono invitati a riflettere sulle differenze che s'incontrano a scrivere i numeri a mano e quando si usa la CT.

*"Il primo zero che si vede non è il numero zero, ma vuole solo dire che la calcolatrice è accesa. Se vuoi il numero zero devi digitarlo e dopo metterci la virgola. Se non la metti, il numero zero scompare".*

(Laura)

*"La calcolatrice fa prendere il posto lei ai numeri, spostandoli mentre li digiti. Quando li scrivi tu, sai già cosa scrivere e se, per esempio, devi scrivere 800, parti dall'otto, che sono le centinaia, e poi ci aggiungi i due zeri".* (Lorenzo)

L'esecuzione di singole operazioni aritmetiche porta i ragazzi a riflettere sul segno "=" che nella calcolatrice perde il suo significato di uguaglianza aritmetica per assumere quello di comando per l'esecuzione del calcolo impostato. Con queste attività, inoltre, è messa in atto una forte produzione di ipotesi previsionali ed interpretative, poiché ogni qualvolta si chiede ai ragazzi *"Cosa succede se..."*, oppure *"Perché è scomparso lo zero?"* essi sono forzati ad anticipare o ad interpretare l'azione della CT, riflettendo sul significato di ciò che vanno facendo.

## Conclusioni

Nel corso degli anni tutte le attività con questi strumenti di calcolo hanno evidenziato la messa in atto dei due processi che sottendevano alle tre diverse sperimentazioni. Il primo processo riguarda la costruzione degli schemi d'uso dell'artefatto introdotto nella classe. La realizzazione di questo è stata diversa nei modi e nei tempi in quanto legata alla specificità dell'artefatto ed anche al livello degli allievi. Si può affermare, comunque, che la gran parte degli allievi ha costruito dei buoni schemi d'uso. Il secondo processo riguarda il passaggio dallo strumento mediatore alla matematica e lo possiamo vedere composto di due momenti. Il primo momento ha coinciso con la costruzione di artefatti secondari, come le istruzioni d'uso per la "pascalina" o lo schema per visualizzare le azioni della CT. Il secondo momento ha riguardato la formalizzazione matematica come la scrittura posizionale in base dieci con l'abaco, o la scrittura dei due tipi d'operazione con la pascalina. L'analisi dei diversi protocolli ha messo in evidenza l'interiorizzazione, sotto la guida dell'insegnante, della polisemia degli artefatti nella maggioranza degli allievi.

## Bibliografia

- Bartolini Bussi M. G., Mariotti M. A. & Ferri F. (2005), Semiotic mediation in primary school: Dürer's glass. In Hoffmann H., Lenhard J. & Seeger F. (Eds.), *Activity and Sign – Grounding Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers: 77-90.
- Bartolini Bussi M., Boni M., Ferri F. (1995), *Interazione sociale e conoscenza a scuola*, rapporto tecnico n. 10, Centro di Documentazione Educativa, Modena.
- Ferri F. (2002), *L'abaco e lo zero*, in Processi didattici innovativi per la matematica nella scuola dell'obbligo, 103 – 113, Pitagora Editrice, Bologna.
- Maschietto M. (2006), Le attività del Laboratorio delle Macchine Matematiche. *Treccaniscuola*. Marzo 2006
- "Matematica 2001"*, Materiali per un nuovo curriculum di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica
- Peano G. (1957-1959), *Opere scelte*, a cura di Ugo Cassina, Roma: Cremonese.
- Progetto SET, Unità F da I LINGUAGGI della matematica e delle scienze e la RAZIONALIZZAZIONE di fenomeni ed esperienze comuni
- Vygotsky L.S. (1990-1934), *Pensiero e linguaggio: ricerche psicologiche* (ed. L. Mecacci), Bari, Laterza.
- Wartofsky M. (1979), Perception, Representation, and the Forms of Action: Towards a Historical Epistemology. In: *Models. Representation and the Scientific Understanding*. D. Reidel Publishing Company: 188-209.

Articolo tratto dal numero regionale di Innovazione Educativa di ottobre 2007



## **Le autrici**

Rita Canalini Corpacci è insegnante-ricercatrice di scuola primaria nella provincia di Modena. Afferisce al Laboratorio delle Macchine Matematiche del Dipartimento di Matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia. È autrice di articoli sulla didattica della matematica.

Franca Ferri è insegnante-ricercatrice di scuola primaria a Modena. Afferisce al Laboratorio delle Macchine Matematiche del Dipartimento di Matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia. È autrice di articoli sulla didattica della matematica, è formatrice e ha partecipato ai lavori della Commissione UMI-CIIM.

Michela Maschietto è ricercatrice in didattica della matematica presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia. Afferisce al Laboratorio delle Macchine Matematiche del Dipartimento di Matematica. È titolare dei corsi di Matematica 2 e Didattica della matematica (per la scuola primaria) presso la Facoltà di Scienze della Formazione Primaria. È formatrice di didattica laboratoriale con l'uso di artefatti.

Per contatti: [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)